

2018~2019学年天津和平区天津市第一中学高二下学期期末数学试卷

一、选择题(本大题共8题,每小题3分,共计24分)

1. 在复平面内,复数 $\frac{2+i}{i}$ 对应的点位于().
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x|x^2 - 2x \geq 0\}$, $B = \{x|y = \log_2(x^2 - 1)\}$, 则 $B \cap \complement_U A = ()$.
 A. $[1, 2)$ B. $(1, 2)$
 C. $(1, 2]$ D. $(-\infty, -1) \cup [0, 2]$
3. 设函数 $f(x) = e^{x^2-3x}$ (e 为自然底数), 则使 $f(x) < 1$ 成立的一个充分不必要条件是().
 A. $0 < x < 1$ B. $0 < x < 4$ C. $0 < x < 3$ D. $3 < x < 4$
4. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $|x+2| + |x-1| \leq 5$ ”是“ $-2 \leq x \leq 3$ ”的().
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 已知 $a = 0.3^6$, $b = \log_3 6$, $c = \log_5 10$, 则().
 A. $c > a > b$ B. $a > c > b$ C. $b > c > a$ D. $a > b > c$
6. 已知函数 $f(x) = \ln(|x| + 1) - (x^2 + 1)^{-1}$, 则使得 $f(x) > f(2x-1)$ 成立的 x 解集为().
 A. $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$
 C. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ D. $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$
7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax, & x \leq 1 \\ ax - 1, & x > 1 \end{cases}$, 若 $\exists x_1, \exists x_2 \in \mathbf{R}$, $x_1 \neq x_2$, 使得 $f(x_1) = f(x_2)$ 成立, 则 a 的取值范围是().
 A. $a > 2$ B. $a < 2$ C. $-2 < a < 2$ D. $a < -2$ 或 $a > 2$
8. 已知函数 $f(x) = x^2 + mx + 2$, $x \in \mathbf{R}$, 若方程 $f(x) + |x^2 - 1| = 2$ 在 $(0, 2)$ 上有两个不等实根, 则实数 m 的取值范围是().
 A. $\left(-\frac{5}{2}, -1\right)$ B. $\left(-\frac{7}{2}, -1\right]$ C. $\left(-\frac{7}{2}, -1\right)$ D. $\left(-\frac{5}{2}, -1\right]$

二、填空题(本大题共6题,每小题4分,共计24分)

9. 已知 a 为实数, 若复数 $a + \frac{10}{3+i}$ 是纯虚数, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $P = \{x \in P | 1 \leq x \leq 3\}$, $Q = \{x \in \mathbf{R} | x^2 \geq 4\}$, 则 $P \cup \complement_U Q = \underline{\hspace{2cm}}$.
11. “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 > 0$ ”的否定是_____.
12. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x < 1 \\ -\log_2 x, & x \geq 1 \end{cases}$ 的值域为_____.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & x \leq 0 \\ \lg(x+1), & x > 0 \end{cases}$, 若 $f(2-a^2) > f(a)$, 则实数 a 的取值范围是 _____ .

14. 已知函数 $f(x) = 3^{-x} + a$ 的图像经过第二、三、四象限, $g(a) = f(a) - f(a+1)$, 则 $g(a)$ 的取值范围是 _____ .

三、解答题 (本大题共5题, 共计52分)

15. 某校高二年级某班的数学课外活动小组有6名男生, 4名女生, 从中选出4参加数学竞赛考试, 用 X 表示其中男生的人数.

(1) 请列出 X 的分布列 .

(2) 根据你所列的分布列求选出的4人中至少有3名男生的概率 .

16. 从装有大小相同的2个红球和6个白球的袋子中, 每摸出2个球为一次试验, 直到摸出的球中有红球 (不放回), 则试验结束 .

(1) 求第一次试验恰好摸到1个红球和1个白球的概率 .

(2) 记试验次数为 X , 求 X 分布列和数学期望 .

17. 已知函数 $f(x) = \ln(x+a) - x^2 - x$ 在 $x=0$ 处取得极值 .

(1) 求实数 a 的值 .

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = -\frac{5}{2}x + b$ 在区间 $[0, 2]$ 上有两个不同的实根, 求实数 b 的取值范围 .

18. 已知椭圆: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的焦距为 $2\sqrt{2}$, 其上下顶点分别为 C_1 、 C_2 , 点 $A(1, 0)$, $B(3, 2)$, $AC_1 \perp AC_2$.

(1) 求椭圆的方程 .

(2) 点 P 的坐标为 (m, n) ($m \neq 3$), 过点 A 任意作直线 l 与椭圆相交于 M 、 N 两点, 设直线 MB 、 BP 、 NB 的斜率依次成等差数列, 探究 m 、 n 之间是否满足某种数量关系, 若是, 请给出 m 、 n 的关系式, 并证明; 若不是, 请说明理由 .

19. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln(x-a)}{x}$.

(1) 若 $a = -1$, 证明: 函数 $f(x)$ 是 $(0, +\infty)$ 上的减函数 .

(2) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x - y = 0$ 平行, 求 a 的值 .

(3) 若 $x > 0$, 证明: $\frac{\ln(x+1)}{x} > \frac{x}{e^{x-1}}$ (其中 $e = 2.71828 \dots$ 是自然对数的底数) .